

統計学の考え方 ～株価算定を例に

NERAエコノミックコンサルティング
シニアコンサルタント 金子直也
コンサルタント 矢野智彦

1 株価算定にも有用な統計学

全部取得条項付種類株式による少数株主のスケイズアウトに伴う株式取得価格決定事件等における株式の客観的価値の算定のような株価決定問題においては、近年、「マーケットモデルの回帰分析」と呼ばれる統計学的手法による株価算定が認められるようになっている。従前、株価算定日の直近1カ月の株価終値の平均値を用いるといった方法で株価が算定されることがあったが、株式市場の景気変動が株式価値に与えた影響を補正した値を客観的価値とするという考え方を受け入れられつつある。

本稿の目的は、このような株価算定の実務において有用な統計学の考え方を解説することである。応用的な分析手法であるマーケットモデルの回帰分析の説明は、本稿の範囲を超えるため割愛するが、その背後にある考え方には、初步的な統計学の考え方を用いれば理解可能である⁽¹⁾。具体的には、平均と標準偏差といった統計学における分布の概念を用いて、平均値を用いた株価予測の問題点を指摘し、その問題点を克服するための回帰分析

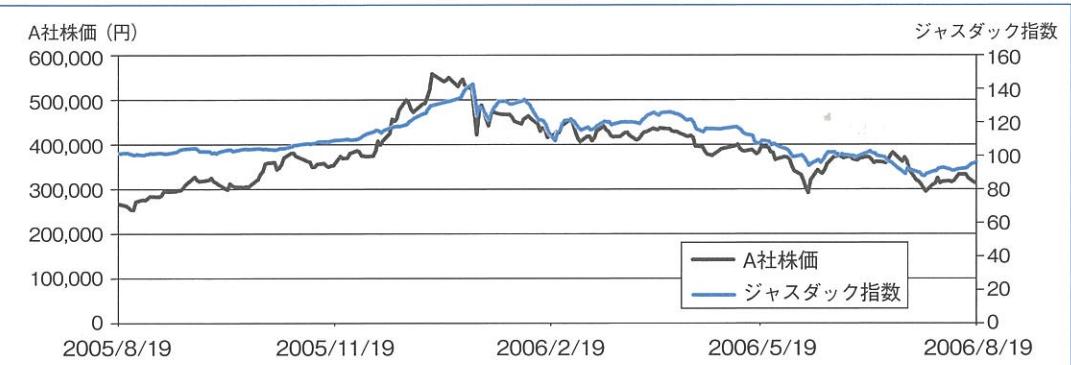
による株価予測について説明する。本稿では統計学の経験のない読者のために直感的で平易な解説を行うように努めた。

2 株価変動の傾向をつかむ ：平均・標準偏差とヒストグラム

本節では、スケイズアウトを行う際の妥当な株式取得価格の決定のような場面で、取得価格の評価基準日直前の一定期間の平均株価を、客観的価値、すなわち（プレミアムを除いた）価格とする場合を考える。平均株価を用いるのは、事実上、過去の平均値が算定日の株価をよく予測するという前提に基づくもので、予測精度は当然問題となる。ところで予測精度の問題を理解するには、統計学における「分布」の考え方が役に立つ。話をわかりやすくするために、具体的な株価に基づいて説明する。

【図表1】は、東証ジャスダック市場上場企業であるA社株式の、2005年8月21日から2006年8月20日の間の1年間（合計247営業日）における終値の動きを示している⁽²⁾。A社株価は2005年8月には30万円を下回っていたが、徐々に値上がりし、2005年12月から2006

【図表1】2005～2006年におけるA社株価(終値) およびジャスダック指数の動き



年1月頃には急上昇し、一時は56万円弱にまで到達したが、その後は下落を続け、2006年8月には再び38万円程度にまで下がってきたことがわかる。

2005～2006年の1年間のA社株価の値動きを理解するには、平均株価と株価のバラつき具合という2つの切り口があり、それぞれ統計学的には平均値と標準偏差として知られる。平均とは、株価の合計を株価の観測数で割ったものであり、観測された株価分布の中心の位置に関する指標である。一方、標準偏差とは、株価分布が全体として平均株価からどのくらい乖離しているかを測定する指標であり、平均株価から大きく外れた株価が多いほど、標準偏差は大きくなる。

いま、この1年間の1週間後（以下、「株価算定日」という）のA社株価を、この1年間のA社株価から予測すること考える⁽³⁾。このとき、最後の1カ月（以下、「直近1カ月」という）の平均株価を株価算定日の予測株価とすると、「A社の株価はこの1カ月間、おおむね32万2千円の周りにあったのだから、株価算定日にもおおよそ同額となるだろう」と仮定することになる。この仮定が正しいかどうか

かは、平均株価の予測精度の問題であり、株価のバラつきの程度、すなわち標準偏差の大きさが1つの判断基準となる。標準偏差が大きいほど、平均株価を中心とした株価のばらつきが大きく、平均株価が予測を誤るおそれがあることになる。

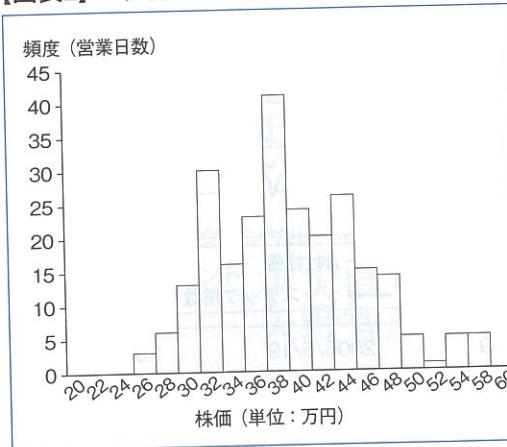
このように、標準偏差は株価がどのくらいのバラつきがあるかを教えてくれるが、それだけでは漠然としており、判断基準としてはあまり役に立たない。しかし統計学を用いれば、予測誤差といった一步踏み込んだ情報まで得ることができる。例えば、A社の直近1カ月の平均株価およそ32万2千円を予測株価とする場合、直近1カ月間の標準偏差1万7千円を用いると、28万8千円（すなわち平均値 - 標準偏差 × 2）から35万6千円（すなわち平均値 + 標準偏差 × 2）の間にある確率は95%であるということができる。これは、この1カ月間の株価の変動の仕方を不变とすれば、株価算定日の株価もおおよそこの範囲に収まるだろうということを示唆している。このような表現を用いれば、単なる数字とは違ひ、意思決定者にとって役立つ情報となる。

ただし、このような確率的な表現を用いる

⁽¹⁾ マーケットモデルの回帰分析の手法とその実務について関心のある読者は、矢野が共著者として参加している「株式取得価格決定におけるマーケットモデルを用いた回帰分析の具体的な方法論」商事法務 2071号を参照されたい。

⁽²⁾ 実際の株価データを使用しているが、会社名等はすべて仮想のものとする。

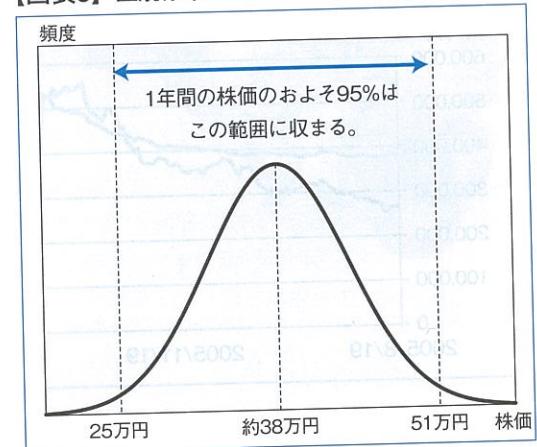
【図表2】A社株価のヒストグラム（1年間）



ためには、株価の分布が統計学でよく知られた分布である「正規分布」に従う、という統計学的な仮定をおく必要がある。ここでの分布とは、株価とその観測頻度との関係を示すグラフと考えればよい。【図表1】から日時情報を取り除き、横軸に株価、縦軸にその観測頻度を示した図（「ヒストグラム」という）を作成すると【図表2】のようになる。【図表2】では、A社株価は、例外はあるものの、1年間の平均である38万円付近を中心としておおむね左右対称であり、中心から離れるほど頻度が低下している。そこで、多少のずれはあるが、【図表2】に示すA社株価のヒストグラムが、【図表3】に示す左右対称で釣鐘状の分布（正規分布）で近似すれば、正規分布の下では、上記の通り、平均と標準偏差を用いて「95%の確率で入るであろう範囲」を求めることができる。

なお、株価の変動は短期的には小さいが、長期的には大きな変動が見られるのが普通であり、標準偏差も大きくなる。その原因として、当該銘柄が上場する株式市場に大きな景気変動があった可能性が考えられる。もしそうだとすれば、かかる景気変動に基づいて株価の予測値を補正することが望ましい。その場合、平均値を用いるだけの単純な方法は不

【図表3】正規分布を仮定した場合のA社株価（1年間）



適切であり、回帰分析という高度な統計学的な手法を検討すべきである。

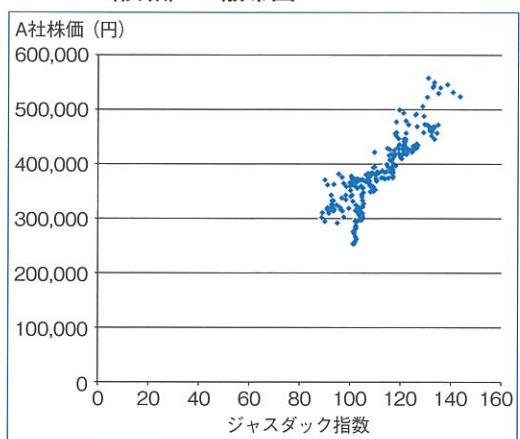
③ 株価と市場株価指数の間の関係を把握する：相関関係と回帰分析

ここで再び【図表1】を見ると、A社株価とジャスダック指数はこの1年に亘って似た動き（連動性）を示しており、A社株価は、「ジャスダック市場全体の景気要因」の影響を受けた可能性があることが確認できる。そこで本節ではA社株価とジャスダック指数の連動性を調べるために指標である相関係数と、相関の考え方に基づき、株式市場の景気変動が株式価値に与えた影響を補正するためには効果的な回帰分析という統計手法について説明する。

(1) 株価と株価指数の相関

【図表1】ではA社株価とジャスダック指数の動きを時系列で追ったが、時間の情報を取り除き、各観測時点における両者の値を平面上に図示すると、観測期間を通じた両者の連動性がわかりやすい（このような図を「散布図」という）。【図表4】は、縦軸にA社株価、横軸にジャスダック指数を測った散布図であ

【図表4】A社株価（縦軸）とジャスダック指数（横軸）の散布図



り、各点はその時点におけるA社株価とジャスダック指数の組合せを示している。ジャスダック指数が大きいほどA社の株価も大きいという傾向が明らかである。A社株価とジャスダック指数のように、前者が大きいときに後者も大きいという関係は正の相関関係と呼ばれる。

A社株価とジャスダック指数が正の相関関係にある場合、当然、相関関係の強さに関心が集まる。相関関係の強さを測定するためには、統計学では「相関係数」という指標が考案されている。相関係数は-1から+1の値をとる値であり、+1は完全な正の相関、-1は完全な負の相関、0は相関関係が存在しないことを表す。

この1年間におけるA社の株価とジャスダック指数の相関係数はおよそ0.87であり、最高値+1に近いことから、非常に強い正の相関があると言える。つまり、一定の前提の下、ジャスダック指数が変動する要因（すなわち、市場の景気）に、A社株価も一定の影

響を受けている可能性が高いということであり、A社株価を予測する場合には、株価指数の変動に基づいてA社株価の予測値を補正することが望ましいと言える。

(2) 回帰分析

A社株価の予測値を求める場合、ジャスダック指数の変動に基づいて補正を行るべきであることはわかったが、実際に補正するためには、両者の間の定量的な関係を確定する必要がある。そのため必要となるのが回帰分析と呼ばれる手法である。

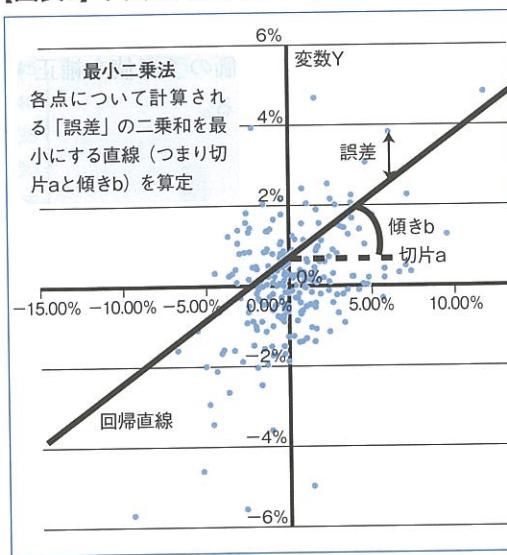
回帰分析とはいわばデータの中から定量的な関係を拾い出すような手法である。ただし回帰分析を行う際には、分析者があらかじめ定量的な関係（「回帰式」と呼ばれる）を仮定する必要がある。例えばA社株価とジャスダック指数の間には下記のような直線的な関係があると仮定する。

$$(A社株価) = a + b \times (\text{ジャスダック指数})$$

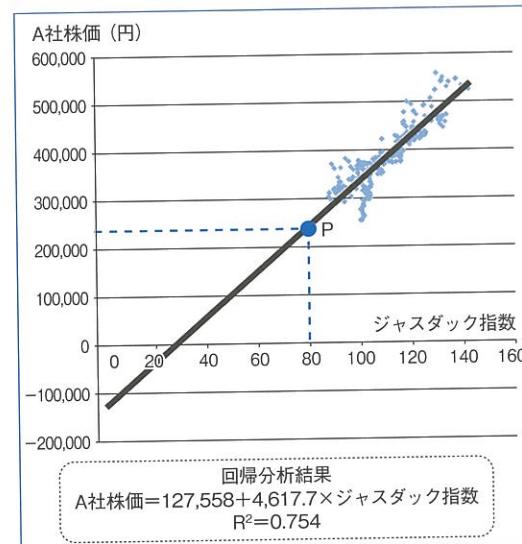
ここでaとbは一定であるが未知の値であり、パラメータと呼ばれる。aはジャスダック指数がゼロの時（そのような時は実際はないかもしれない）のA社株価であり、切片と呼ばれる。bは、ジャスダック指数が1だけ上昇した時にA社株価がbだけ上昇する関係を示す。A社株価を縦軸、ジャスダック指数を横軸とした平面において、上記の回帰式は直線となり、bの値はその直線の傾きを示すものである。回帰分析の目的は、データを用いてaとbの値を算定することである⁽⁴⁾。回帰分析によるパラメータの算定は、直感的には、【図表4】の散布図に、最も当てはまりのよい直線における切片aと傾きbを求め

⁽⁴⁾ 回帰式は通常「右辺の変数の動きによって左辺の動きが説明される」と解釈されるため、右辺の変数は説明変数、左辺の変数は被説明変数と呼ばれることが多い。上の回帰式のように説明変数が1つの場合の回帰分析を特に単回帰分析と呼び、説明変数が2つ以上の場合は重回帰分析と呼ぶ。実務では株価や指数自体の回帰式ではなく、それらの変動率に基づいた回帰式が用いられる。本稿では簡略化のため、株価や指数自体の回帰式を用いて説明する。

【図表5】回帰分析のイメージ



【図表6】回帰分析の結果



るということに他ならない。

【図表5】は、回帰分析のイメージである。直線と各点の縦の距離を「誤差」と定義したうえで、すべての点について誤差を求め、その二乗の合計が最小化されるような直線（回帰直線）を「最も当てはまる」ものとみなす、「最小二乗法」と呼ばれる方法が一般的である。

そして実際にA社株価・ジャスダック指数のデータを用いて、Excel、あるいはStataやRのような専門ソフトウェアによって回帰分析を行うと、下記の回帰式が得られるが、これはグラフ上では【図表6】の回帰直線として表される。

$$(A\text{社株価}) = -127,558 + 4,617.7 \times (\text{ジャスダック指数})$$

回帰分析によって得られたパラメータと説明変数の観測値を用いることにより、株価算定日の株価を予想することができる。例えば、株価算定日のジャスダック指数が100ポイントだとすると、A社の予測株価は次のようになる。

$$(A\text{社株価}) = -127,558 + 4,617.7 \times 100\text{ポイント} \\ = 334,212\text{円}$$

回帰分析を行った場合、通常、回帰分析の精度が問題となる。上記の回帰式の場合は、ジャスダック指数による説明力が問われることになる。この点に関する情報を与えてくれるのが、決定係数 (R^2) である。決定係数は、0から1の間の値をとり、0ならば被説明変数の動きが説明変数によってまったく説明されない、まったく役に立たないモデルであることを、1ならば完全に説明されること（つまり、すべての株価が1本の直線上にあること）を意味する。例えば、本件の回帰分析では決定係数は0.754であるが、これは、A社株価の動きの75%強がジャスダック指数の動きによって説明されたことを意味する。一般にこれより高ければよいという閾値は存在しないが、0.5を超えていればそれなりに当てはまりのよいモデルであると言える。当てはまりのよいモデルであるということは、かかる分析により得られた結果に一定の正当性があることの根拠になりうる。

なお、決定係数が相対的に高いかどうかは、ある程度は視覚的にも確認できる。決定係数が相対的に低いモデルは、観測値と回帰直線の間の誤差が大きいことから、散布図に回帰直線を引くと、観測値が必ずしも回帰直線の近くにならざりばがある（【図表5】）。他方、A社株価のように決定係数が高い場合には、観測値が回帰直線に沿って散らばる（【図表6】）。

以上の回帰分析の結果を用いて、株式市場の景気に一定の変動があった場合の補正された予測株価の概算を行うことが可能である。例えば、もし、客観的価値の算定対象となる期間に大幅な景気後退が生じ、ジャスダック指数が80ポイントまで低下したと仮定した場合、上記回帰式から、A社株価はおよそ24万円程度になっていたらうと予想できる（【図表6】の点P）。実際に用いる方法は異なるが、上場廃止銘柄の客観的価値が争点になる裁判では、このような考え方に基づいて客観的価値の算定が行われる。また、その算定結果の正当性を判断する根拠の一つとして、決定係数が参照されることがある。

4 おわりに

本稿では、株価データの分析に用いられる統計学の基本的な考え方を紹介した。平均株価を用いた株価予測の問題点を理解するためには、株価の平均値と標準偏差、そしてヒストグラムを見ると役に立つこと、統計学の分布を仮定することにより、予測の精度について一定の評価が可能であることを示した。また、株価の動きが、市場株価指数（ジャスダック指数）に織り込まれた市場全体の景気の影響をどの程度受けるのか分析する場合、散

布図や相関係数によって株価とジャスダック指数の間の相関の強さを確認できることを示した。これらの情報は、株式市場の景気変動に基づく株価の補正が必要かどうかの参考情報として有用である。

また、回帰分析を用いることにより、市場や産業に共通の要因を考慮した株価の予測値を求めるこができると示した。回帰分析を行うことによって、両者の比例関係の強さを計算し、仮に株価の補正を行った場合に、おおよそいくら程度になる可能性があるか検討することも可能である。

以上のプロセスは、すべてExcelの関数およびツールで実行可能である⁽⁵⁾。

金子直也（かねこ なおや）
NERAエコノミックコンサルティング シニアコンサルタント。実証経済分析や社会調査の経験を活かし、独禁法・知財・証券金融・商事紛争等の問題解決に携わっている。

矢野智彦（やの ともひこ）
NERAエコノミックコンサルティング コンサルタント。計量経済学・産業組織論の知見を活かし独禁法や証券訴訟の分野でコンサルティングを提供している。

⁽⁵⁾ 分析ツールの利用にはアドインの追加設定が必要になる。この方法についてはExcel使用の解説書等を参照されたい。